

NOMBRE DEL DOCENTE: HEYDER FRANCISCO AMU MOSQUERA

**INSTITUCIÓN EDUCATIVA TECNICA INDUSTRIAL LUZ HAYDEE GUERRERO MOLINA - GRADO OCTAVO -
MATEMÁTICAS**

SECCION GENERAL

Nombre del curso	PRODUCTOS NOTABLES
Nivel , Grado	BÁSICA SECUNDARIA, GRADO 8
Intensidad horaria semanal	6 HORAS SEMANALES
Presentación del curso	PRODUCTOS NOTABLES Los productos notables son multiplicaciones que se pueden calcular sin necesidad de aplicar el algoritmo de la multiplicación.
Objetivos de aprendizaje	1. Reconocer y operar con polinomios y fracciones algebraicas.
Anuncio de bienvenida	El grupo de docentes del área de matemática de nuestra institución, agradecemos de antemano el interés de parte de la comunidad estudiantil de grado octavo para llevar a cabo este proceso aprendizaje con el tema en mención, el cual les será de gran utilidad en todas las áreas del conocimiento.
Espacios de comunicación general	1. Correo electrónico: d.lhg.heyder.amu@cali.edu.co 2. Grupo de whatsapps.
Actividades generales	1. Observar los videos que se le proporcionan en la sección de Materiales y Recursos como apoyo. 2. Revisa y toma apuntes de los ejemplos que aparece en las páginas 42, 43 y 44 del libro guía. 3. Resuelva los ejercicios 1, 3, 4 y 5 propuestos en la página 44 del libro guía.

ACTIVIDAD 5 – SEGUNDO PERÍODO

Nombre de la actividad	Productos Notables
Contenidos	UNIDAD 2: POLINOMIOS TEMA 5: PRODUCTOS NOTABLES
Materiales y recursos	Libro del estudiante: Vamos a aprender Matemáticas 8, páginas 42, 43, 44 y 45 Video: Productos notables, conceptos previos https://www.youtube.com/watch?v=G-ym95yl3Es
Semanas y horas de trabajo	1 semanas, 6 horas
Descripción de la secuencia propuesta	1. Observar los videos sugeridos y los ejemplos que aparecen en las páginas 42, 43 y 44 del libro guía. 2. Resolver en el cuaderno los ejercicios 1, 3, 4 y 5 propuestos en la página 44 del libro guía.
Recomendaciones generales	Acuda a los videos de apoyo inicialmente, para alcanzar una mayor comprensión del tema a desarrollar sobre expresiones algebraicas. Resuelva en el cuaderno los ejercicios de práctica propuestas, solamente los numerales que se le indican.
Entrega de evidencia	Resuelva en el cuaderno o documento en Word: Los ejercicios 1, 3, 4 y 5, ubicados en la página 44 del libro guía y subir las soluciones al classroom.
Instrumentos de evaluación	Entrega de trabajo escrito, en la plataforma classroom en la fecha dispuesta.

5

Productos notables

Saberes previos

Calcula rápidamente el producto $(5 - 3)(5 + 3)$. Compara tu respuesta con el resultado de la expresión $5^2 - 3^2$, ¿Cómo son los resultados?

Analiza

Una finca está parcelada tal como muestra la Figura 2.22. En cada región sembraron diferentes productos.

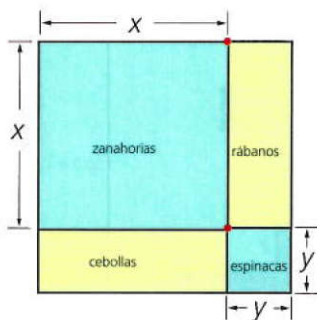


Figura 2.22

- ¿Qué área corresponde al cultivo de espinacas?
- ¿Cuál es la expresión que permite determinar el área total de la finca?

Conoce

Para calcular el área del terreno destinado al cultivo de espinacas, es necesario hallar el valor del cuadrado pequeño que está en la parte inferior de la Figura 2.22. Observa que cada lado tiene una longitud representada por la variable y . Por lo tanto, el área será igual a y^2 .

En cuanto a la expresión para determinar el área total de la finca, se puede calcular el área de cada una de las secciones y sumarlas. Entonces:

$$A1 = x \cdot x \quad A2 = (x)(y) = xy \quad A3 = (x)(y) = xy \quad A4 = (y \cdot y) = y^2$$

Luego, el área de la finca se calcula sumando

$$x^2 + xy + xy + y^2 = x^2 + 2xy + y^2.$$

Sin embargo, este resultado también se puede calcular encontrando primero la expresión que corresponde al lado de la finca y elevándola al cuadrado. Observa:

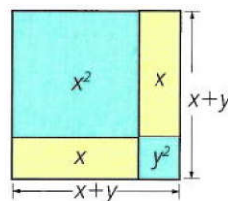


Figura 2.23

$$(x + y)^2 =$$

$$(x + y)(x + y) =$$

$$x^2 + 2xy + y^2$$

Esto corresponde a un producto notable.

Los **productos notables** son multiplicaciones que se pueden calcular sin necesidad de aplicar el algoritmo de la multiplicación.

5.1 Cuadrado de un binomio

El **cuadrado de un binomio** es igual al cuadrado del primer término (más o menos) el doble del primer término por el segundo, más el segundo término al cuadrado.

Cuadrado de la suma de dos términos	Cuadrado de la resta de dos términos
$\begin{aligned} (x + y)^2 &= (x + y)(x + y) \\ &= x^2 + xy + xy + y^2 \\ &= x^2 + 2xy + y^2 \end{aligned}$	$\begin{aligned} (x - y)^2 &= (x - y)(x - y) \\ &= x^2 - xy - xy + y^2 \\ &= x^2 - 2xy + y^2 \end{aligned}$

Tabla 2.6

5.2 Producto de la suma por la diferencia de dos términos

El **producto de la suma por la diferencia de dos términos** es equivalente a la diferencia entre el cuadrado del primer término y el cuadrado del segundo término.

Ejemplo 1

$$(2a - 4b)(2a + 4b) = (2a)^2 - (4b)^2 = 4a^2 - 16b^2$$

5.3 Producto de la forma $(x + a)(x + b)$

El producto de la forma $(x + a)(x + b)$ es equivalente al cuadrado del término común, más el producto de dicho término por la suma de los no comunes, más el producto de los términos no comunes.

Ejemplo 2

Calcula, el producto notable $(x + 7)(x + 6)$.

- Se calcula el primer término elevado al cuadrado: x^2
- Se calcula el producto del primer término por la suma de los términos no comunes: $x(7 + 6)$
- Se halla el producto de los segundos términos de los binomios: $(7)(6)$
- Se establece la igualdad correspondiente: $(x + 7)(x + 6) = x^2 + 13x + 42$

5.4 Cubo de un binomio

En la Figura 2.24, se observa la descomposición de un cubo de arista $a + b$ en seis prismas y dos cubos. Geométricamente se deduce entonces que $(a + b)^3 = a^3 + a^2b + ab^2 + a^2b + ab^2 + ab^2 + a^2b + b^3$.

Simplificando algebraicamente se obtiene: $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

El cubo de un binomio es equivalente al cubo del primer término, (más o menos) el triple producto del cuadrado del primer término por el segundo, más el triple producto del primer término por el cuadrado del segundo término, más (o menos) el cubo del segundo término.

Cubo de la suma de dos términos	Cubo de la diferencia de dos términos
$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$	$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

Tabla 2.7

Ejemplo 3

Analiza cómo se halla el resultado de $(2m - n)^3$.

- Se halla el primer término elevado al cubo: $(2m)^3 = 8m^3$
- Se calcula el triple del cuadrado del primer término por el segundo: $3(2m)^2n = 12m^2n$
- Se multiplica el triple del primer término por el segundo elevado al cuadrado: $3(2m)(n)^2 = 6mn^2$
- Se eleva el segundo término al cubo: n^3
Por lo tanto, el resultado es $8m^3 - 12m^2n + 6mn^2 - n^3$.

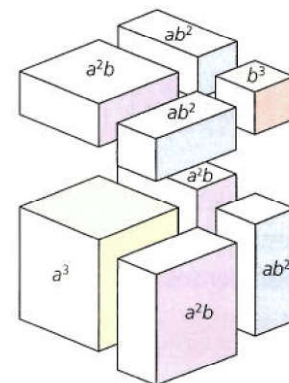
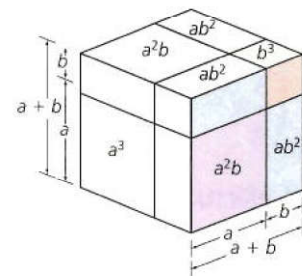


Figura 2.24

Ejemplo 4

El cubo de un binomio es $8m^3 + 36m^2 + 54m + 27$. Encuentra el binomio.

- Para establecer el binomio, se halla la raíz cúbica del primer y del cuarto término, puesto que estos valores están elevados al cubo. Entonces:

$$\sqrt[3]{8m^3} = 2m \text{ y } \sqrt[3]{27} = 3$$

- Luego, el primer término del binomio es $2m$ y el segundo término es 3.
- Para determinar con cuál operación se unirá el binomio (adición o diferencia), se observan las características de los signos de la expresión inicial y se identifica que todos son positivos. Entonces, el binomio es de suma.
- Por tanto, se concluye que el producto notable es $(2m + 3)^3$.

Actividades de aprendizaje

Ejercitación

- 1 Calcula el cuadrado de cada binomio.

■ a. $(9 + 4m)^2$ b. $(x^{10} - 5y^2)^2$
 c. $(2x - 3z)^2$ d. $(4m^5 + 5n^3)^2$
 e. $\left(\frac{3}{6}w - \frac{1}{2}y\right)^2$ f. $\left(\frac{5}{7}a^2 + \frac{1}{8}n\right)^2$

- 2 Sin efectuar la multiplicación halla los productos.

■ a. $(x - y) \cdot (x + y)$ b. $(2a - 1) \cdot (2a + 1)$
 c. $(1 - 3ax) \cdot (1 + 3ax)$ d. $(a - b) \cdot (a + b)$
 e. $(a - x) \cdot (a + x)$ f. $(m + n) \cdot (m - n)$
 g. $\left(\frac{1}{4}m + \frac{2}{5}n\right) \cdot \left(\frac{1}{4}m - \frac{2}{5}n\right)$

- 3 Completa la Tabla 2.8 de doble entrada con los resultados de los productos notables correspondientes.

×	$(x + y)$
$(x + y)$	
$(x + y)^2$	

Tabla 2.8

- 4 Calcula el cubo de un binomio en cada caso.

■ a. $(a + 2)^3$ b. $(a - 4)^3$ c. $\left(m - \frac{2}{7}\right)^3$
 d. $\left(m + \frac{5}{4}\right)^3$ e. $\left(\frac{2}{3} + x\right)^3$ f. $\left(n - \frac{2}{7}\right)^3$

- 5 Calcula el producto de las expresiones algebraicas.

■ a. $(x - 2) \cdot (x + 3)$
 b. $(2a - 5) \cdot (2a + 6)$
 c. $(a - 3b) \cdot (a + x)$
 d. $(1 - a) \cdot (a + 1)$
 e. $(3ab - 5x) \cdot (3ab + 2)$

Razonamiento

- 6 Escribe en cada caso, las expresiones desconocidas en cada igualdad.

a. $(4x - 5y)^2 = \square - 40xy + 25y^2$
 b. $(3x + 2y)^2 = 9\square + \square + 4y^2$
 c. $(-4v - 7z)^3 = \square - 336v^2z + \square - \square$

- 7 Relaciona cada producto notable con su desarrollo.

◆ a. $(a + 3)^3$ () $\frac{4}{9}a^2 - \frac{28}{9}ab + \frac{49}{9}b^2$
 b. $\left(\frac{7}{6}x + \frac{1}{2}m\right)^2$ () $\frac{1}{4}m^2 + \frac{7}{6}mx + \frac{49}{36}x^2$
 c. $\left(-\frac{2}{3}a + \frac{7}{3}b\right)^2$ () $x^2 - y^2$
 d. $(x + y)(x - y)$ () $(m - n)(m + n)$
 e. $m^2 - n^2$ () $a^3 + 9a^2 + 27a + 27$

- 8 Explica el error que se cometió en el desarrollo de cada producto notable.

a. $(1 - 4ax)^3$
 $= 1 - 3a^2x + 12ax^2 + 16a^3x^3$

b. $((x + y) + 1)((x - y) - 1)$
 $= x^2 - y^2 - 2y + 1$

c. $(5x^3 + 6m^4)^2$
 $= 25x^5 - 60x^3m^4 - 36m^8$

- 9 Determina, en cada caso, si la afirmación es verdadera (V) o falsa (F). Explica tus respuestas.

- a. Para hallar el cubo de un binomio, el primer y segundo término se elevan al cuadrado. ()
- b. En el cuadrado de un binomio, todos los términos se elevan al cuadrado. ()
- c. Al multiplicar la suma por la diferencia de un mismo binomio, su resultado es el primer término elevado al cuadrado, menos el segundo término elevado al cuadrado. ()
- d. El producto de la forma $(x + a)(x + b)$ es equivalente al cuadrado del término común más el producto de los no comunes. ()

Comunicación

- 10 Indica el producto notable que aplica en cada caso.

- a. $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
- b. $(v + w)(v - w) = v^2 - w^2$
- c. $(m + n)^2 = m^2 + 2mn + n^2$
- d. $(a + b)(a + c) = a^2 + ab + ac + bc$

Resolución de problemas

- 11 Un apartaestudio de forma cuadrada mide $2x + 3y$ de lado, como se muestra en la Figura 2.25. ¿Cuál es el área total del apartaestudio?



Figura 2.25

- 12 Un carpintero necesita hacer una puerta para una alacena en una cocina. Si se sabe que las medidas de la puerta son $(3x + 9)$ y $(3x - 9)$, respectivamente. ¿Cuál es el área de la puerta?
- 13 Miguel compró una nueva CPU para su computadora. Si cuenta con espacio de $100x^2 + 24x - 8$ y se sabe que las medidas de la CPU son $(10x + 3)$ y $(10x - 1)$, ¿podrá instalarla en este espacio?
- 14 Se requiere hallar el área de una tableta cuyas dimensiones son $(3x + 4)$ y $(3x + 1)$. ¿Cuál es la expresión que representa la superficie de la tableta?
- 15 El nuevo televisor de la compañía tiene las siguientes dimensiones: $\left(\frac{1}{2}x + 4\right)\left(\frac{1}{2}x - 8\right)$. ¿Cuál es el área que ocupa el televisor?

Evaluación del aprendizaje

- ✓ Para cada una de las siguientes figuras obtén una expresión simplificada para el área, aplicando la teoría de los productos notables.

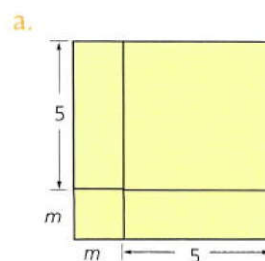


Figura 2.26

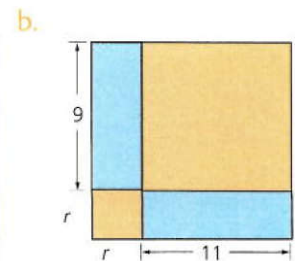


Figura 2.27